Vektory

Ve všech následujících případech budeme uvažovat následující dva dvourozměrné vektory: $\vec{u} = (u_x, u_y)$ a $\vec{v} = (v_x, v_y)$, kde u_i, respektive v_i jsou souřadnice těchto vektorů.

Základní operace s vektory

- **Násobení vektoru skalárem:** $a\vec{u} = (au_x, au_y)$, kde a je libovolný skalár (tedy číslo). Pokud $a = -1$, pak standardně píšeme $-\vec{u}$ a výsledný vektor nazýváme opačným vektorem k vektoru $\vec{u}$.
- **Sčítání vektorů:** $\vec{u} + \vec{v} = (u_x + v_x, u_y + v_y)$.
- **Skalární součin:** $\vec{u} \cdot \vec{v} = u_x v_x + u_y v_y$, alternativně lze skalární součin určit pomocí následujícího vzorce: $\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}||\vec{v}|\cos(\varphi)$, kde $|\vec{u}|$ je velikost vektoru $\vec{u}$ (viz následující sekce) a φ je úhel, který svírají vektory $\vec{u}$ a $\vec{v}$.

Pokročilejší operace s vektory

- **Délka vektoru:** $|\vec{u}| = \sqrt{u_x^2 + u_y^2}$, alternativně je možné velikost vektoru určit pomocí skalárního součinu (viz předchozí sekce): $|\vec{u}| = \sqrt{\vec{u} \cdot \vec{v}}$.
- **Směr vektoru:** Směrem vektoru $\vec{u}$ myslíme vektor, který má stejný směr jako vektor $\vec{u}$, ale má jednotkovou délku (vektor jednotkové délky nazýváme jednotkovým vektorem). Takové vektory označujeme (v určitých kontextech) pomocí „stříšky“ místo „šipky“: $\hat{u} = \frac{\vec{u}}{|\vec{u}|}$.
- **Odchylka dvou vektorů:** V „alternativním“ výpočtu skalárního součinu (viz předchozí sekce) vystupuje úhel, který svírají vektory $\vec{u}$ a $\vec{v}$. Tento úhel se nazývá odchylkou vektorů a pro její kosinus platí: $\cos(\varphi) = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}||\vec{v}|}$. Odchylku φ tedy z této rovnice určíme pomocí funkce arkus kosinus: $\varphi = \arccos(\frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}||\vec{v}|})$.
- **Otočení vektoru:** Matice rotace kolem osy z o úhel θ (v kladném směru rotace, tedy proti směru hodinových ručiček) má podobu: $\begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$, takže pro vektor $\vec{w}$, který vznikne otočením vektoru $\vec{u}$ kolem osy z o úhel θ platí: $\vec{w} = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \vec{u}$;[1] $\vec{w} = (u_x\cos\theta - u_y\sin\theta, u_x\sin\theta + u_y\cos\theta)$.
- **Normála vektoru:** Normálou vektoru $\vec{u}$ myslíme jednotkový vektor (tedy vektor, který má jednotkovou délku), který je na vektor $\vec{u}$ kolmý. Tuto normálu tedy získáme otočením vektoru $\vec{u}$ o 90° a následným vydělením $|\vec{u}|$: $\vec{n} = \frac{1}{|\vec{u}|}(-u_y, u_x)$.

[1] Zde předpokládáme, že vektor $\vec{u}$ je sloupcový. V úvodní sekci ovšem zavádíme, že vektor $\vec{u}$ je řádkový. V tomto textu tento problém ignorujeme, ale kdybychom měli být více matematicky korektní, tak bychom psali: $\vec{w} = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \vec{u}^{\mathrm{T}}$, kde operátor T značí takzvanou transpozici (prohození řádků a sloupců).