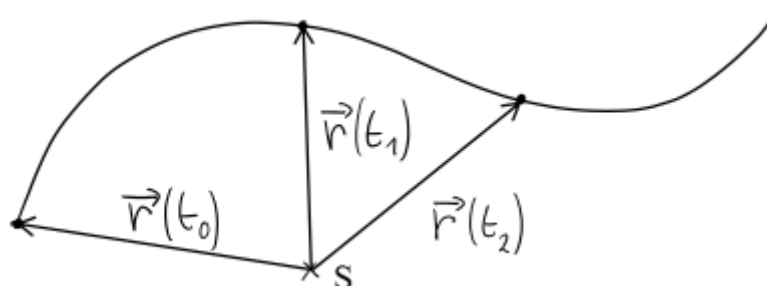


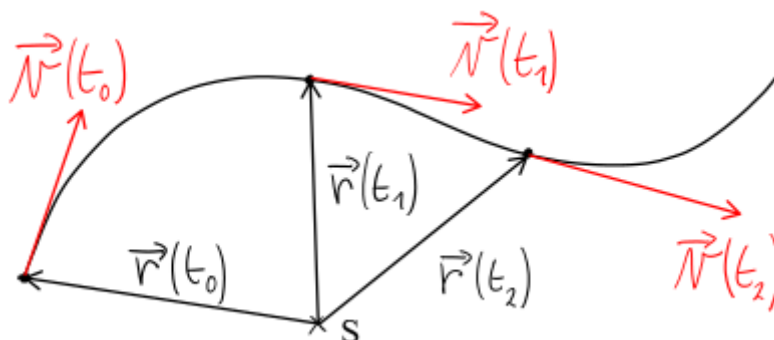
Eulerova metoda

Popis pohybu tělesa

Těleso se pohybuje, pokud se s plynoucím časem t mění jeho poloha v prostoru vůči nějakému vztažnému bodu S, což popisuje takzvaný polohový vektor $\vec{r}(t)$. Naším cílem je tedy získat tento vektor, nebo alespoň „jeho důsledek“ – trajektorii:



Podobu $\vec{r}(t)$ a tím pádem i trajektorie tělesa určuje vektor okamžité rychlosti $\vec{v}(t)$:



A nakonec, okamžitá rychlost $\vec{v}(t)$ je určena okamžitým zrychlením $\vec{a}(t)$, což je veličina, kterou známe ve většině případů, protože je určena výslednou silou $\vec{F}(t)$ působící na dané těleso 2. Newtonovým zákonem: $\vec{a}(t) = \frac{1}{m}\vec{F}(t)$, kde m je hmotnost tělesa. Ve výsledku postupujeme následovně:

- Známe $\vec{F}(t)$ a $m \Rightarrow$ je možné určit $\vec{a}(t)$.
- Známe $\vec{a}(t) \Rightarrow$ je možné určit $\vec{v}(t)$.
- Známe $\vec{v}(t) \Rightarrow$ je možné určit $\vec{r}(t)$.
- Známe $\vec{r}(t) \Rightarrow$ je možné vykreslit trajektorii pohybu tělesa.

Iterační princip – Eulerova metoda

Jak ovšem ze známého zrychlení $\vec{a}(t)$ určíme rychlost $\vec{v}(t)$? Pomocí takzvané integrace:

$$\vec{v}(t) = \int_{t_0}^t \vec{a}(t) dt,$$

kde t_0 je takzvaný počáteční čas, tedy čas, ve kterém známe hodnotu rychlosti (počáteční rychlost) a dt je nekonečně malý úsek času. Výpočet takového integrálu může být ovšem velmi

obtížný, a proto se často musíme uspokojit s aproximací, ve které místo nekonečně malých dt budeme pracovat s konečně malými úseky Δt :

$$\vec{v}(t_0 + N\Delta t) = \sum_{i=0}^N \vec{a}(t_0 + i\Delta t) \Delta t,$$

kde $t = t_0 + N\Delta t$ a N je přirozené číslo. Obdobným způsobem následně aproximujeme i polohový vektor:

$$\vec{r}(t_0 + N\Delta t) = \sum_{i=0}^N \vec{v}(t_0 + i\Delta t) \Delta t.$$

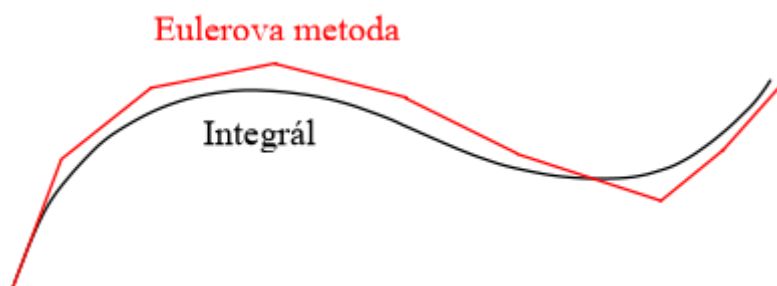
Tyto aproximace prakticky nahrazují spojité (vektorové) funkce $\vec{a}(t)$, $\vec{v}(t)$ a $\vec{r}(t)$ rekurentními (vektorovými) posloupnostmi \vec{a}_n , \vec{v}_n a \vec{r}_n :

$$\begin{aligned} \vec{a}_n &= \vec{a}(t_0 + n\Delta t), \\ \vec{v}_n &= \vec{v}_{n-1} + \vec{a}_n \Delta t; \quad \vec{v}_0 = \vec{v}(t_0), \\ \vec{r}_n &= \vec{r}_{n-1} + \vec{v}_n \Delta t; \quad \vec{r}_0 = \vec{r}(t_0). \end{aligned}$$

Tato aproximace se nazývá **Eulerova metoda**. Můžeme si všimnout, že abychom dokázali popsat pohyb pomocí Eulerovy metody, musíme znát zrychlení tělesa v „každém“ čase – $\vec{a}(t)$, počáteční rychlost – $\vec{v}(t_0)$ a počáteční polohu – $\vec{r}(t_0)$. Z těchto „nutných“ informací následně pomocí iterace určíme „všechny“ budoucí hodnoty veličin popisujících pohyb.

Ukázka prvních tří iterací (začínáme nultou) podle Eulerovy metody pro 3D pohyb:

$n = 0 \Rightarrow t = t_0$	$n = 1 \Rightarrow t = t_0 + \Delta t$	$n = 2 \Rightarrow t = t_0 + 2\Delta t$
$v_{x0} = v_x(t_0),$	$v_{x1} = v_{x0} + a_x \Delta t,$	$v_{x2} = v_{x1} + a_x \Delta t,$
$v_{y0} = v_y(t_0),$	$v_{y1} = v_{y0} + a_y \Delta t,$	$v_{y2} = v_{y1} + a_y \Delta t,$
$v_{z0} = v_z(t_0),$	$v_{z1} = v_{z0} + a_z \Delta t,$	$v_{z2} = v_{z1} + a_z \Delta t,$
$r_{x0} = r_x(t_0),$	$r_{x1} = r_{x0} + v_{x1} \Delta t,$	$r_{x2} = r_{x1} + v_{x2} \Delta t,$
$r_{y0} = r_y(t_0),$	$r_{y1} = r_{y0} + v_{y1} \Delta t,$	$r_{y2} = r_{y1} + v_{y2} \Delta t,$
$r_{z0} = r_z(t_0).$	$r_{z1} = r_{z0} + v_{z1} \Delta t.$	$r_{z2} = r_{z1} + v_{z2} \Delta t.$



Čím menší Δt , tím se více přibližujeme ideálnímu $dt \Rightarrow$ získáváme přesnější aproximaci.